Introducción a la Ingeniería Electrónica 86.02

Parcial – 1ra oportunidad – 2do cuatrimestre 2021 – 02-12-2021 – Hojas entregadas ________
*Apellido y Nombres*____ *Padrón* ________ *Turno* ___*NOCHE*___

Problema 1	Problema 2	Problema 3	Final

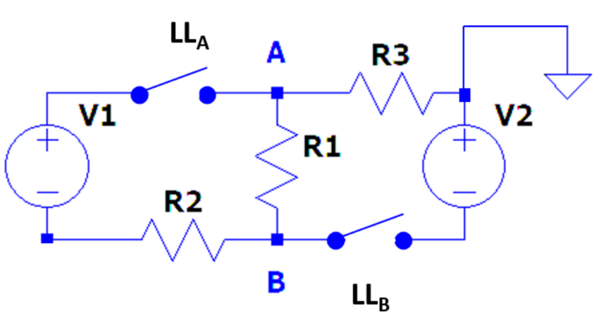
1) Dado el circuito de la figura (considere ambas llaves cerradas), con *V1* = *v(t)* (señal con período *T* de la figura de la derecha) y *V2* = constante, se desea medir la tensión en el punto ***A*** usando un multímetro. Indique la incertidumbre en cada caso.

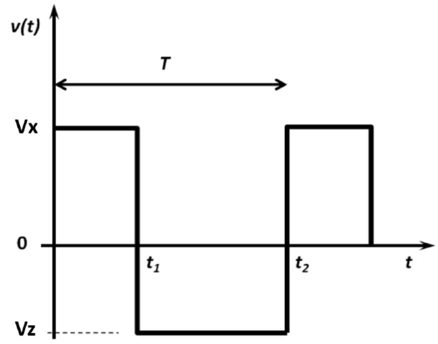
a) ¿Cuál es el resultado de la medición con el multímetro de valor medio de 3 ½ dígitos en los modos V_{DC} y V_{AC}?

b) ¿Cuál es el resultado de la medición con el multímetro de valor eficaz verdadero de 3 ¾ dígitos en los modos V_{AC+DC}?

Datos: *Ver los valores de R1, R2, R3, Vx, Vz, V2, t1 y t2 en la tabla asignada.*

Instrumentos: Incertidumbre en V_{DC}, V_{AC} y V_{AC+DC}: 2% + 1 dígito. Resistencia de entrada de 10 kΩ.





IMPORTANTE: Tanto *Vx* como *Vz* pueden tomar valores positivos como negativos. Revise qué valores tiene su caso particular y grafique aproximadamente la señal correspondiente. Tenga en cuenta que $T = t_2$. Todos los tiempos están dados en milisegundos. Asuma que los instrumentos tienen un ancho de banda suficiente como para medir correctamente la señal.

2) Considere el circuito anterior con *V1* = 2V.sen($\omega.t$) y *V2* = 0 V :

a) Calcular la potencia media en *R2*.

b) ¿Cuánto debería valer *R1* para que la potencia media sea máxima sobre *R2*? Explicar por qué.

3) Considerando que se reemplaza el generador *V1* por un capacitor *C (ver el valor en la tabla asignada),* manteniendo el generador V2 del punto 1, y que ambas llaves se encuentran cerradas hace mucho tiempo.

a) Hallar analíticamente la expresión de la tensión sobre *R1* y grafique aproximadamente su variación en función del tiempo si en *t* = 0 segundos se abre la llave LL_B durante un tiempo de 5τ (5 constantes de tiempo) y luego se vuelve a cerrar (sugerencia: considere el valor inicial y final de la tensión sobre dicho componente). ¿Cuánto vale la constante de tiempo del circuito?

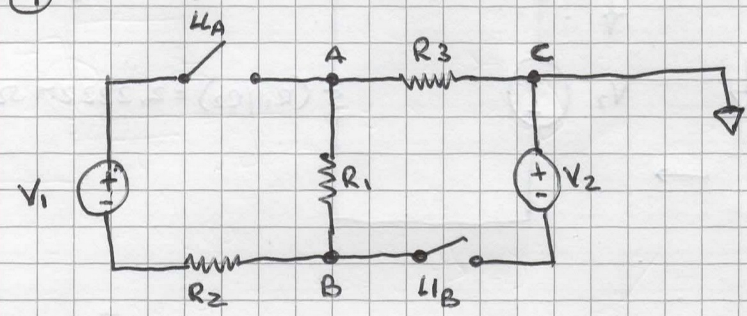
Indique claramente en el gráfico todas las tensiones e instantes de tiempo relevantes.

b) Suponga ahora que el generador *V2* es reemplazado por un generador que entrega la señal *v2(t)* = 2V.sen($\omega.t$). Considere que las llaves se han cerrado hace mucho tiempo como para que esté en estado estacionario. Grafique aproximadamente $v_C(f)$ (o sea el valor pico de $v_C(t)$ en función de la frecuencia) indicando el valor de la frecuencia de corte y el valor pico de la señal a esa frecuencia. ¿Qué tipo de filtro es? ¿Por qué?

ACLARACIONES:
Las condiciones que se creen no especificadas deberán ser establecidas explícitamente antes de hacer los cálculos. Si hay errores, indíquelos. Si sobran datos o son incompatibles, justifique cuáles usa.
Expresar correctamente las unidades de medida, las incertidumbres y proponer respuestas breves; todos estos factores afectan la calificación. Un error conceptual o una cantidad incorrecta pueden invalidar la respuesta.
(*) Las preguntas 1, 2 y 3 evalúan distintos conceptos por lo que la evaluación es global.

R1[MΩ]	R2[MΩ]	R3[MΩ]	t1 [ms]	t2 [ms]	V2 [V]	Vx [V]	Vz [V]	C[uF]
4	5	5	10	18	8	5	-5	4

1



$R_1 = 4M\Omega$

$R_2 = 5M\Omega$

$R_3 = 5M\Omega$

$\tau_1 = 10ms$

$T = \tau_2 = 18ms$

$V_2 = 8V$

$V_x = 5V$

$V_z = -5V$

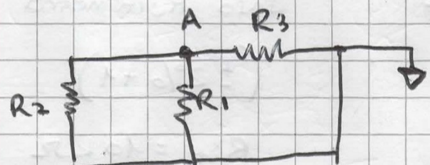
$C = 4\mu F$

Me piden la tension sobre A, utilizando un multimetro. Hago Thevenin entre A y la referencia para simplificar cuentas. (R_L va ser R_{INT})

↓

efecto de carga

Calculo R_{TH}: (pasivamos las fuentes)

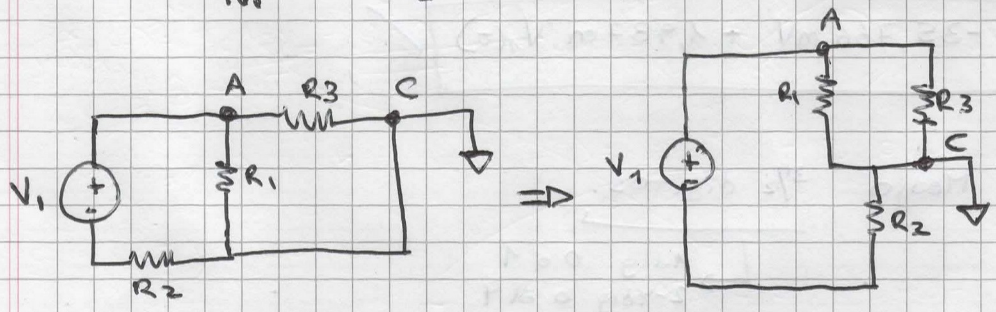


$$R_{eq_1} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4M \times 5M}{4M + 5M} = 2,2222M\Omega$$

$$R_{TH} = \frac{R_3 \times R_{eq_1}}{R_3 + R_{eq_1}} = \frac{5M\Omega \times R_{eq_1}}{5M\Omega + R_{eq_1}} = 1,5385M\Omega$$ ✓

Calculo de V_{TH}: Uso superposición.

$$V_{TH} = V_{TH}\big|_{V_1} + V_{TH}\big|_{V_2}$$

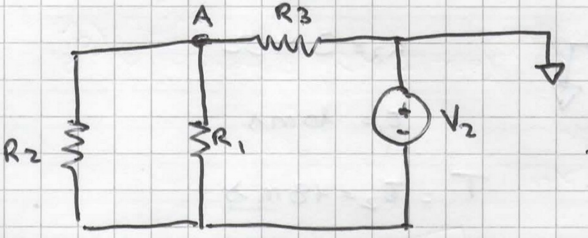


Aplico un divisor de tensión entre A y la referencia:

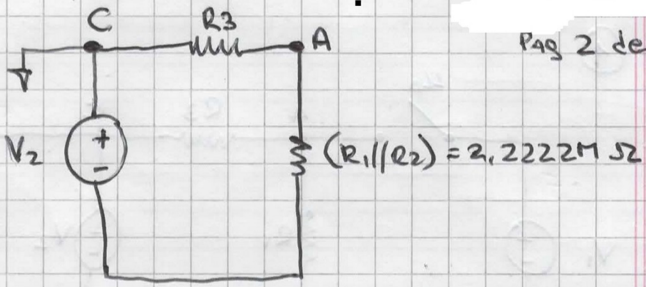
$$V_{TH}\big|_{V_1} = V_1 \cdot \frac{(R_1 // R_3)}{(R_1 // R_3) + R_2} = 307,69m\ V_1$$ ✓

$$R_1 // R_3 = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_3} = 2,2222M\Omega$$

Calculo $V_{TH}\Big|_{V_2}$



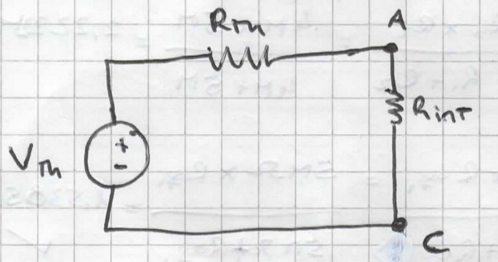
→



$$V_{TH}\Big|_{V_2} = -\left[8V \times \frac{R_3}{R_3 + (R_1//R_2)} \right]$$

$$V_{TH}\Big|_{V_2} = -5,5384\,V$$ ✓

$$\Rightarrow V_{TH} = -5,5384V + 307,69m\ V_1(t)$$ ✓



$R_{TH} = 1,5385 M\Omega$

↓ Falto el 5

Info multimetro

$(\pm 2\% + 1)$

$R_{int} = 10 k\Omega$

$$\Rightarrow V_A = V_{TH} \cdot \frac{R_{int}}{R_{TH} + R_{int}} = V_{TH} \times 6,4579\,m$$ ✓

$$\Rightarrow \boxed{V_A(t) = -35,766\,mV + 1,987m\ V_1(t)}$$ ✓

(a) Multimetro Valor Medio $3\frac{1}{2}$ digitos.

↳ 1dig 0 ó 1
2-4dig 0 al 9

▶ Modo DC:

$$V_{DC} = \frac{1}{T}\int_0^T V_A(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T -35,766mV\,dt + \frac{1}{T}\,1,987m\int_0^T V_1(t)\,dt$$

$$= -35,766\,mV + \frac{1}{T}\left[V_x \cdot t_1 + V_2(t_2 - t_1)\right] = -35,766mV + \frac{1,987m}{18ms}\left[5V \times 10ms + (-5V) \times 8ms\right] =$$

$$V_{DC} = -34,66295\,mV = -0,0347\,V$$

Multímetro valor medio 3 1/2:

$$\boxed{V_{DC} = -34,7 \pm 0,8 \text{ mV} \quad \text{escala } 200\text{mV}}$$ ✓

Calculo incerteza:

$$\frac{2}{100} \times |-34,71| + 0,1 = 0,8$$

▶ MODO AC (Lo calcula como si fuese una señal senoidal)

$$V_{AC} = \frac{1}{T}\int_0^T |V_1(t) - V_{DC}|\, dt \times 1,11$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T |-1,104 \text{ mV} + 1,987\text{m } V_1(t)|\, dt \times \underbrace{1,11}_{\text{Factor de forma de una señal senoidal}} =$$

$$= \frac{1,11}{T}\left[10\text{ms} \times |-1,104\text{ mV} + 1,987\text{m} \times 5\text{V}| + 8\text{ms} \times |-1,104\text{ mV} + 1,987\text{m} \times (-5\text{V})|\right]$$

$$= \frac{1,11}{18\text{ms}}\left[176,622 \,\mu\text{V}\right] = 10,892 \text{ mV}$$ ✓

Multímetro valor medio modo AC (3 1/2)

$$\boxed{V_{AC} = 10,89 \pm 0,23 \text{ mV} \quad \text{escala } 20 \text{ mV}}$$

Calculo incerteza:

$$\frac{2}{100} \times 10,89 + 0,01 = 0,228$$

$$\frac{2}{100} \times 10,9 + 0,1 = 0,318$$

En los multímetros comunes de 3 1/2 no existe la escala 20 mV, entonces uso la escala de 200 mV:

$$\boxed{V_{AC} = 10,9 \pm 0,3 \text{ mV} \quad \text{escala } 200\text{mV}}$$

(b) ¿Multímetro RMS (true) AC+DC V_{AC+DC}?

$$V_{AC+DC} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_o^2(\tau)\,d\tau}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(-35{,}766\,mV + 1{,}987\,m\,V_1(\tau)\right)^2 d\tau}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\left[10\,ms \times \left(-35{,}766\,mV + 1{,}987\,m \times 5V\right)^2 + 8\,ms \times \left(-35{,}766\,mV + 1{,}987\,m \times (-5V)\right)^2\right]}$$

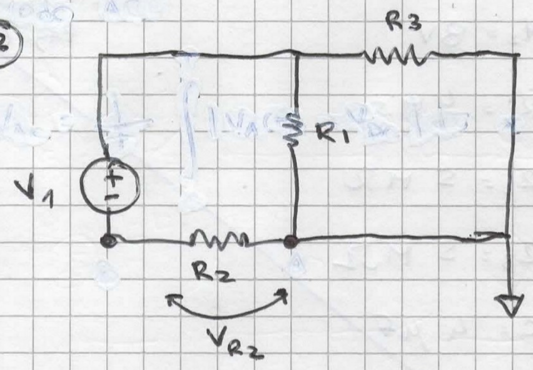
$= 36{,}041\ mV$

$$\boxed{V_{AC+DC} = 36{,}04 \pm 0{,}73\ mV \quad \text{escala } 40\ mV}$$

Incertidumbre:

$\frac{2}{100} \times 36{,}04 + 0{,}01 = 0{,}73$

(2)



Como $V_2 = 0V$ lo considero como un cable.

$V_1 = 2V \cdot \operatorname{sen}(\omega t)$

(a) Potencia Media en R_2

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{v^2(t)}{R}\,dt$$

$$V_{R_2} = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_2 + (R_1 /\!/ R_3)}$$

$$V_{R_2} = V_1 \cdot 0{,}6923$$

$$P_{R_2} = \frac{1}{R} \times \frac{1}{T}\int_0^T V_{R_2}^2(t)\,dt$$

$$V_{R_2} = 1{,}3846V \cdot \operatorname{sen}(\omega t)$$

Para una senoidal

* (1) $V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2\,dt} = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow P_{R_2} = \frac{1}{R} \times \left(\frac{A}{\sqrt{2}}\right)^2$

A: amplitud — Lo muestro más abajo

$$= \frac{1}{5M\Omega} \times \left(\frac{1{,}3846}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\boxed{P_{R_2} = 0{,}19\,\mu W}$$

(b)

$$V_{R_2} = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_2 + (R_1 /\!/ R_3)}$$

Para que la potencia disipada por R_2 sea máxima V_{R_2} tiene que ser lo más grande posible $\Rightarrow$ $R_1 /\!/ R_3$ tiene que ser lo más chico posible.

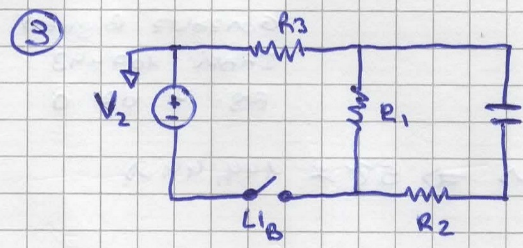
$\Rightarrow R_1 /\!/ R_3 = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_3}$, si $R_1 = 0\Omega$ $\Rightarrow$ la potencia disipada sobre R_2 es máxima

* (1) Calculo de: $V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2\, d\tau} = \frac{A}{\sqrt{2}}$, para $v(\tau) = A \operatorname{sen}(\omega\tau)$

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T A^2 \cdot \operatorname{sen}^2(\omega\tau)\, d\tau} = \sqrt{\frac{A^2}{T}\cdot\left[\frac{\tau}{2} - \frac{\sin(2\omega\tau)}{4\omega}\right]\Bigg|_0^T}$$

$$= \sqrt{\frac{A^2}{T}\cdot\left[\frac{T}{2} - \frac{\sin(2\omega T)}{4\,\omega}\right]} \underset{\omega = \frac{2\pi}{T}}{=} \sqrt{\frac{A^2}{2} - \frac{A^2 \sin(4\pi)}{T \cdot \frac{8\pi}{T}}} = \sqrt{\frac{A^2}{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

(3)



$V_2 = 8\,V$ $\quad R_1 = 4\,M\Omega$

$C = 4\,\mu F$ $\quad R_2 = 5\,M\Omega$

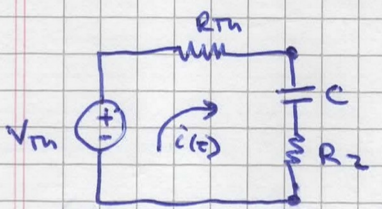
$R_3 = 5\,M\Omega$

(a) ¿ V_{R_1} ?

Hago Thevenin tomando a C y R_2 como carga. [Las llaves eran cerradas hace mucho tiempo]

$$R_{Th} = R_3 // R_1 = \frac{R_3 \times R_1}{R_1 + R_3} = 2{,}222\,M\Omega$$

$$V_{Th} = V_2 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 3{,}5556\,V$$



$$V_{Th} = V_{R_{Th}} + V_C + V_{R_2}$$

$$V_{Th} = R_{Th} * i(t) + \underbrace{V_C(t) + i(t) \cdot R_2}_{V_{R_1}} \qquad (1)$$

Corriente en el capacitor: $i(t) = C \dfrac{dV_C(t)}{dt} \Rightarrow V_{Th} = R_{Th} \cdot C \dfrac{dV_C(t)}{dt} + V_C(t) + R_2 \cdot C \cdot \dfrac{dV_C(t)}{dt}$

$$V_{Th} = V_C(t) + (R_{Th} + R_2) \cdot C \cdot \frac{dV_C(t)}{dt}$$

solución ecuación diferencial:

$$V_C = V_f + (\underbrace{V_i}_{0} - V_f) \cdot e^{\frac{-t}{(R_{Th}+R_2)C}}$$

$$V_C = V_f - V_f\, e^{\frac{-t}{(R_{Th}+R_2)C}}$$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = 0 + \frac{V_f}{(R_{Th}+R_2) \cdot C} \cdot e^{\frac{-t}{(R_{Th}+R_2) \cdot C}}$$

Volviendo a (1)

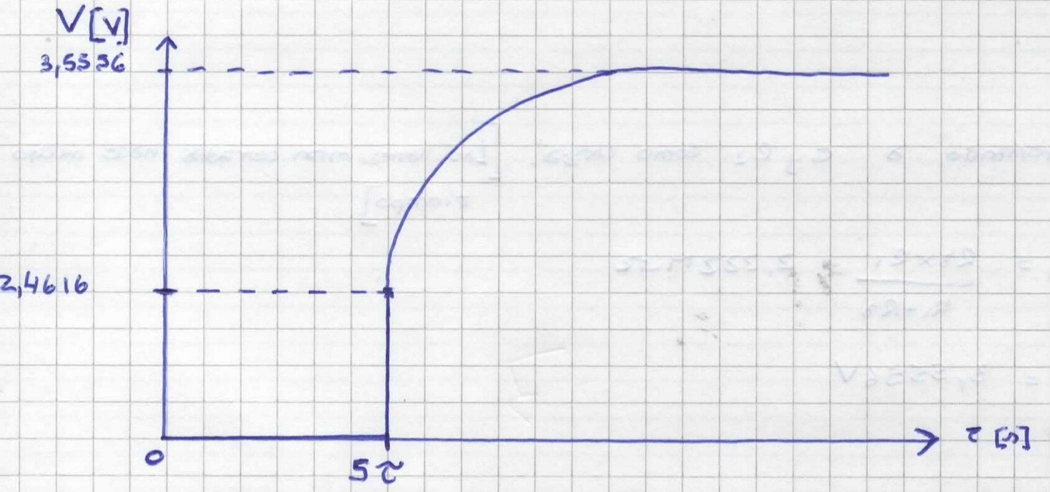
$$V_{Th} = R_{Th} \cdot C \cdot \frac{dV_C(t)}{dt} + V_{R_1}$$

$$V_{R_1} = V_{Th} - \frac{R_{Th} \cdot \cancel{C} \cdot V_f}{(R_{Th}+R_2) \cdot \cancel{C}} \cdot e^{\frac{-t}{(R_{Th}+R_2) \cdot C}} \quad , \quad V_f = V_{Th}$$

$$\Rightarrow V_{R_1} = V_{Th} - \frac{R_{Th} \cdot V_{Th}}{R_{Th} + R_2} \cdot e^{\frac{-t}{(R_{Th}+R_2) \cdot C}}$$

¿τ?

$\tau = R \cdot C = (R_{Th} + R_2) \times C = 28{,}8889\ s \Rightarrow 5\tau \approx 144{,}44\ s$



Entre 0 y 5τ la tensión sobre R_1 es 0.

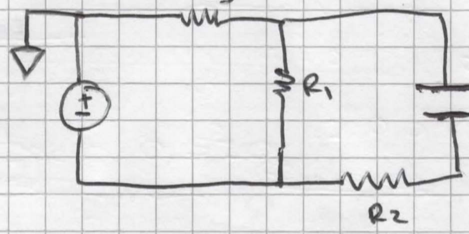
En 5τ la tensión es: (sería el caso cuando $\tau = 0$ en la fórmula de V_{R_1})

$$V_{R_1} = V_{Th} - V_{Th} \frac{R_{Th}}{R_{Th} + R_2} \cdot e^{0} = 2{,}4616\ V$$

V_{pico}: (sería el caso cuando $\tau \to \infty$ en la fórmula de V_{R_1}) $(e^{-\infty} \to 0)$

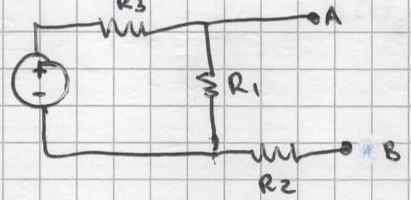
$$V_{R_1} = V_{Th} - 0 = 3{,}5556\ V$$

(b)



$V_2(t) = 2V \operatorname{sen}(\omega t)$

Hago Thevenin para simplificar (con C como carga)



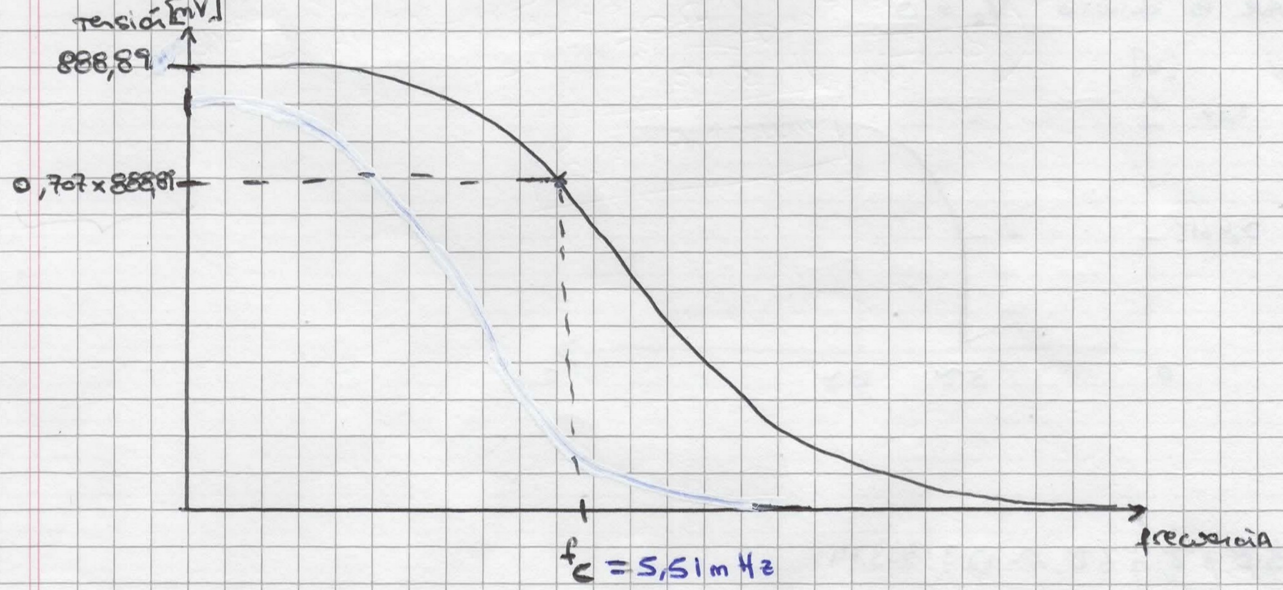
$R_{TH} = (R_3 // R_1) + R_2$

$= 7{,}222 M\Omega$

$V_{TH} = V_2 \times \dfrac{4M}{4M+5M} = 888{,}89\,mV \operatorname{sen}(\omega t)$

frecuencia de corte

$f_c = \dfrac{1}{2\pi RC} = \dfrac{1}{2\pi \times 7{,}222M\Omega \times 4\mu F} = 5{,}51\, mHz$



Es un filtro pasa bajos porque deja pasar las frecuencias bajas. Además se esta midiendo sobre el capacitor.